

Решения задач заключительного этапа олимпиады «Высшая проба» по электронике, 2014/2015 учебный год

10 класс

1. Электрический ток в различных цепях обусловлен дрейфом электронов. Рассчитайте среднее время t , за которое электрон переместится от одного конца медного провода длиной $L = 1$ км и сечением $S = 1$ мм² к другому. По медному проводу течет ток $I = 4,5$ А. Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Молярная масса меди $M = 63,5$ г/моль, плотность меди $\rho = 8,9$ г/см³, число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль, заряд электрона $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

РЕШЕНИЕ:

Дано:

$$L = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м};$$

$$S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$I = 4,5 \text{ А};$$

$$M = 63,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль};$$

$$\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

$t - ?$

Величина силы тока в электрической цепи определяется выражением:

$I = qn v S$, где: q – элементарный заряд, n – концентрация свободных носителей заряда в проводнике, v – скорость дрейфа электронов, S – площадь поперечного сечения проводника. Отсюда следует что скорость дрейфа $v = \frac{I}{qnS}$.

Среднее время дрейфа вычислим как $t = \frac{L}{v} = \frac{LqnS}{I}$. Концентрацию свободных

электронов в проводнике n вычислим из следующих рассуждений: если масса одного моль вещества M содержит число Авогадро N_A , то масса единичного объема вещества, т.е. плотность ρ содержит n атомов, а т.к. каждый атом меди отдает по одному валентному

электрону. то концентрация электронов в проводнике равна $n = \frac{N_A \cdot \rho}{M}$. Таким образом,

$$\text{среднее время } t = \frac{LqSN_A\rho}{IM} = \frac{10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 8,9 \cdot 10^3}{4,5 \cdot 63,5 \cdot 10^{-3}} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ с.}$$

Ответ: среднее время перемещения электрона t равно 3 Мс

2. Для создания однородного электрического поля в различных устройствах электроники часто используют конструкцию типа плоского воздушного конденсатора. Какова должна быть ЭДС батареи в схеме, изображенной на данном рисунке, чтобы напряженность электрического поля в плоском конденсаторе была равна $E = 2,0$ кВ/м? Сопротивление $r = R_1 = R_2$. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 5$ мм.

РЕШЕНИЕ:

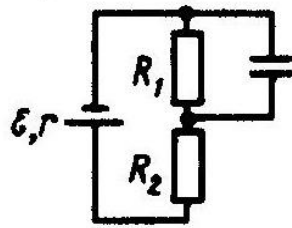
Дано:

$$E = 2 \text{ кВ/м} = 2 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$r = R_1 = R_2 = R;$$

$$d = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

\mathcal{E} - ?



Как видно из схемы напряжение на конденсаторе U_C равно падению напряжения на резисторе R_1 . Поэтому напряженность электрического поля в конденсаторе E равна:

$E = \frac{U_C}{d} = \frac{U_{R1}}{d}$. Падение напряжения на резисторе R_1 равно: $U_{R1} = IR_1 = IR$. Для силы тока

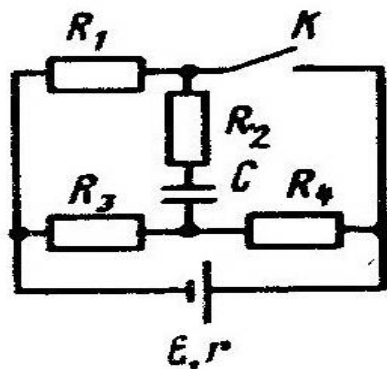
в цепи запишем закон Ома для полной цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2}$. Откуда Э.Д.С. источника \mathcal{E}

равна: $\mathcal{E} = 3RI = 3U_{R1} = 3Ed = 3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 30 \text{ В}$.

Ответ: ЭДС батареи равна 30 В.

3. Во многих схемах электроники применяют соединения резистора с конденсатором. Рассчитайте, какой заряд q пройдет через резистор R_2 после замыкания ключа K , если

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20 \text{ Ом}$, $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$, $r = 10 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$.



РЕШЕНИЕ:

Дано:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 20 \text{ Ом};$$

$$\mathcal{E} = 100 \text{ В};$$

$$r = 10 \text{ Ом};$$

$$C = 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \text{ Ф}.$$

q - ?

Т.к. через конденсатор ток не течет, то заряд q пройдет через резистор R_2 только при перезарядке конденсатора C . Таким образом заряд q обусловлен изменением заряда Δq конденсатора C . Вычислим заряд конденсатора C до и после замыкания ключа K . Обозначим заряд конденсатора C до замыкания ключа через $q_{\text{нач}}$, после замыкания ключа

К через $q_{\text{кон.}}$. Тогда $q = \Delta q = q_{\text{кон.}} - q_{\text{нач.}}$. Вычислим $q_{\text{нач.}} = CU_{R3}$, т.к. напряжение на пластинах конденсатора С равно падению напряжения U_{R3} на резисторе R_3 .

$U_{R3} = I_{\text{нач.}} \cdot R_3$, где $I_{\text{нач.}}$ – ток в цепи до замыкания ключа К.

$$I_{\text{нач.}} = \frac{\mathcal{E}}{2R + r} = \frac{100\text{В}}{50\text{Ом}} = 2 \text{ А. Таким образом:}$$

$$q_{\text{нач.}} = CU_{R3} = C \cdot I_{\text{нач.}} \cdot R_3 = 10^{-5} \cdot 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} = 0,4 \text{ мКл.}$$

Вычислим заряд $q_{\text{кон.}}$ конденсатора С после замыкания ключа К. Как видно из схемы, теперь напряжение на пластинах конденсатора равно падению напряжения на резисторе R_4 . Т.к. $R_4 = R_3$, то, как видно из схемы, $U_{R4} = 0,5U_{R1}$. Вычислим U_{R1} :

$$U_{R1} = \mathcal{E} - I_{\text{кон.}} \cdot r, \text{ где } I_{\text{кон.}} - \text{общий ток в цепи, протекающий через источник.}$$

$$I_{\text{кон.}} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{\text{общ.}}}, \text{ где } R_{\text{общ.}} - \text{сопротивление резисторов } R_1, R_3 \text{ и } R_4, \text{ т.к. через}$$

резистор R_2 ток не течет. Вычислим $R_{\text{общ.}}$ как сопротивление цепи, где резистор R_1 включен параллельно резисторам R_3 и R_4 , соединенным последовательно:

$$\frac{1}{R_{\text{общ.}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{\text{общ.}} = \frac{2R}{3} = \frac{40\text{Ом}}{3} = 13,33 \text{ Ом.}$$

Тогда $I_{\text{кон.}} = \frac{100\text{В}}{10\text{Ом} + 13,33\text{Ом}} = 4,286 \text{ А.}$ Значит, $U_{R1} = 100\text{В} - 4,286\text{А} \cdot 10 \text{ Ом} \approx 57,14 \text{ В, а}$

падение напряжения $U_{R4} = 28,57 \text{ В.}$ Вычислим заряд конденсатора С после замыкания ключа $q_{\text{кон.}} = CU_{R4} = 10^{-5} \text{ Ф} \cdot 28,57 \text{ В} = 2,857 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} \approx 0,29 \text{ мКл.}$

Следует заметить, что после замыкания ключа К полярность на пластинах конденсатора С изменилась на противоположную, поэтому :

$$\Delta q = q_{\text{кон.}} - (-q_{\text{нач.}}) = q_{\text{кон.}} + q_{\text{нач.}} = 0,29 \text{ мКл} + 0,4 \text{ мКл} = 0,69 \text{ мКл.}$$

Ответ: через резистор R_2 после замыкания ключа К пройдет заряд $q = 0,69 \text{ мКл.}$

4. В схеме электронного датчика конденсаторы емкостями $C_1 = 4 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 6 \text{ мкФ}$ соединены параллельно, к ним последовательно подключен конденсатор емкостью $C_3 = 2 \text{ мкФ}$. Найдите заряды на каждом конденсаторе, если в цепь подано напряжение $U = 18 \text{ В.}$

РЕШЕНИЕ:

Дано:

$$C_1 = 4 \text{ мкФ} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$C_2 = 6 \text{ мкФ} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$C_3 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$U = 18 \text{ В.}$$

$q_1 - ?$, $q_2 - ?$, $q_3 - ?$

Т.к. конденсаторы C_1 и C_2 соединены параллельно, то их результирующая емкость $C_{\text{рез.}}$ равна :

$$C_{\text{рез.}} = C_1 + C_2 = 10^{-5} \text{ Ф.}$$

Конденсатор C_3 соединен с $C_{\text{рез.}}$ последовательно, поэтому их общая емкость $C_{\text{общ.}}$ равна:

$$\frac{1}{C_{\text{общ.}}} = \frac{1}{C_{\text{рез.}}} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_3 + C_{\text{рез.}}}{C_3 C_{\text{рез.}}} \Rightarrow C_{\text{общ.}} = \frac{10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ Ф.}$$

При последовательном соединении конденсаторов их заряды равны, поэтому $q_3 = q_{\text{общ.}} = C_{\text{общ.}} \cdot U = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 18\text{В} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 30 \text{ мкКл.}$ Напряжение U_3 на конденсаторе C_3

равно: $U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{30 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 15 \text{ В}$. Т.к. конденсаторы C_1 и C_2 соединены параллельно, и

напряжения на них U_1 и U_2 равны: $U_1 = U_2 = U - U_3 = 18 \text{ В} - 15 \text{ В} = 3 \text{ В}$.

Таким образом, заряд q_1 конденсатора C_1 равен:

$$q_1 = U_1 C_1 = 3 \text{ В} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 12 \text{ мкКл}.$$

Заряд q_2 конденсатора C_2 равен:

$$q_2 = U_2 C_2 = 3 \text{ В} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 18 \text{ мкКл}.$$

Ответ: заряд конденсатора C_1 равен $q_1 = 12 \text{ мкКл}$, заряд конденсатора C_2 равен $q_2 = 18 \text{ мкКл}$, заряд конденсатора C_3 равен $q_3 = 30 \text{ мкКл}$.

5. Определить сопротивление R , если амперметр показывает ток $I = 5 \text{ А}$, вольтметр, подключенный к концам сопротивления, показывает напряжение $U = 100 \text{ В}$, а внутреннее сопротивление вольтметра $r = 2500 \text{ Ом}$.

РЕШЕНИЕ:

Дано:

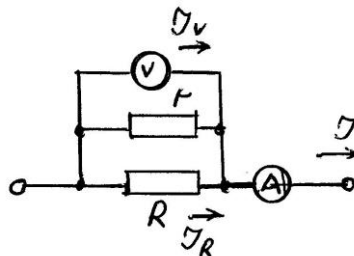
$$I = 5 \text{ А};$$

$$U = 100 \text{ В};$$

$$r = 2500 \text{ Ом}.$$

$R = ?$

Соответствующие условию задачи включения можно представить следующим рисунком.



Известно, что вольтметр всегда показывает падение напряжения на своем внутреннем сопротивлении r , а т.к., вольтметр подключен параллельно сопротивлению R , то падения напряжений на внутреннем сопротивлении вольтметра U_r и на сопротивлении R U_R равны показаниям вольтметра U . Амперметр показывает общий ток I , протекающий через сопротивления r и R . Поэтому $I = I_R + I_r$. Ток I_r , протекающий через вольтметр, можно

вычислить: $I_r = \frac{U}{r} = \frac{100 \text{ В}}{2500 \text{ Ом}} = 0,04 \text{ А}$. Это значит, что через сопротивление R протекает

ток $I_R = I - I_r = 5 \text{ А} - 0,04 \text{ А} = 4,96 \text{ А}$. Таким образом, сопротивление R равно:

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{100 \text{ В}}{4,96 \text{ А}} = 20,16 \text{ Ом}.$$

Ответ: сопротивление $R = 20,16 \text{ Ом}$.

6. Для электропитания загородного дома используется солнечная панель, установленная на крыше. Солнечная панель развивает максимальную мощность, когда солнечные лучи падают на нее ортогонально. Однако, поскольку в летнее и зимнее время солнечное

склонение различно, положение солнца изменяется во время светового дня, кроме того, поверхность панели часто покрывается атмосферными осадками (дождь, снег), эффективность работы панели снижается.

Предложите вариант автоматической системы, способной поддерживать максимально эффективный режим работы панели.

РЕШЕНИЕ:

Предложения оснащать панели датчиками освещенности (одним или несколькими) несомненно, жизнеспособны, но требуют наличия сложных алгоритмов анализа сигналов датчиков и перемещения панели, функционирование которых может нарушаться в условиях облачности. Половина ответа содержится в вопросе – мы знаем местоположение панели (географические координаты), а следовательно можем заранее заложить траекторию перемещения панели в течение светового дня в управляющее устройство. Для уменьшения влияния атмосферных осадков можно предложить большое количество решений – от установки дополнительных систем подогрева и очистки панели, до простой установки панели под углом, исключающей задержку на ней снега и т.п.

7. Для дистанционных исследований потенциально опасных объектов (завалы, зараженные территории) создан гусеничный робот повышенной проходимости. Роботом управляют по радиоканалу, ориентируясь на изображение с видеокамеры, установленной на роботе. Для удобства и безопасности использования робота поставлена задача – сделать возможным автоматический возврат робота к месту старта. Предложите вариант реализации такой системы (GPS использовать нельзя, поскольку требуется высокая точность движения).

РЕШЕНИЕ:

В задаче заранее дается запрет использования навигационной системы GPS, поэтому нужно предложить свой вариант подобной системы. Особенность задания – отсутствие абсолютных координат, за точку отсчета нужно принять точку старта (начала движения). Далее, хороший вариант решения - фиксировать в памяти робота траекторию его движения – это можно сделать достаточно точно, используя сигналы гироскопа и акселерометра, а также фиксируя время движения. При активации команды «назад» необходим пересчет маршрута (в точку старта).